

Problema este omorâtă de lema de izogonolitate a paralelogramului.

Lemă. Fie ABC un triunghi și M un punct în interiorul său astfel încât $\angle ABM = \angle ACM$. Fie P astfel încât $BMCP$ este paralelogram. Atunci AM și AP sunt izogonale în $\angle BAC$.

Demonstrație. Construim paralelogramul $AMBQ$. Atunci $AQPC$ este de asemenea paralelogram și avem

$$\angle AQP = \angle ACP = \angle ACM + \angle MCP = \angle ABM + \angle MBP = \angle ABP,$$

deci patrulaterul $AQBP$ este inscriptibil. De aici

$$\angle ABQ = \angle APQ = \angle PAC \Leftrightarrow \angle BAM = \angle PAC,$$

adică tocmai concluzia lemei.

Revenim la problemă. Construim paralelogramul $BMCP$.

a. Este clar că AM și AF sunt izogonale în $\angle BAC$, deci din lema A, F și P sunt coliniare. Dar QE este linie mijlocie în $\triangle MPF$, deci $QE \parallel FP = AF$.

b. Problema se reduce ușor la a demonstra că dreapta QE trece prin mijlocul segmentului AM . Dar $EQ \parallel AF$ și E este mijlocul segmentului MF , deci EQ este dreapta suport a liniei mijlocii din $\triangle AMF$, de unde concluzia.