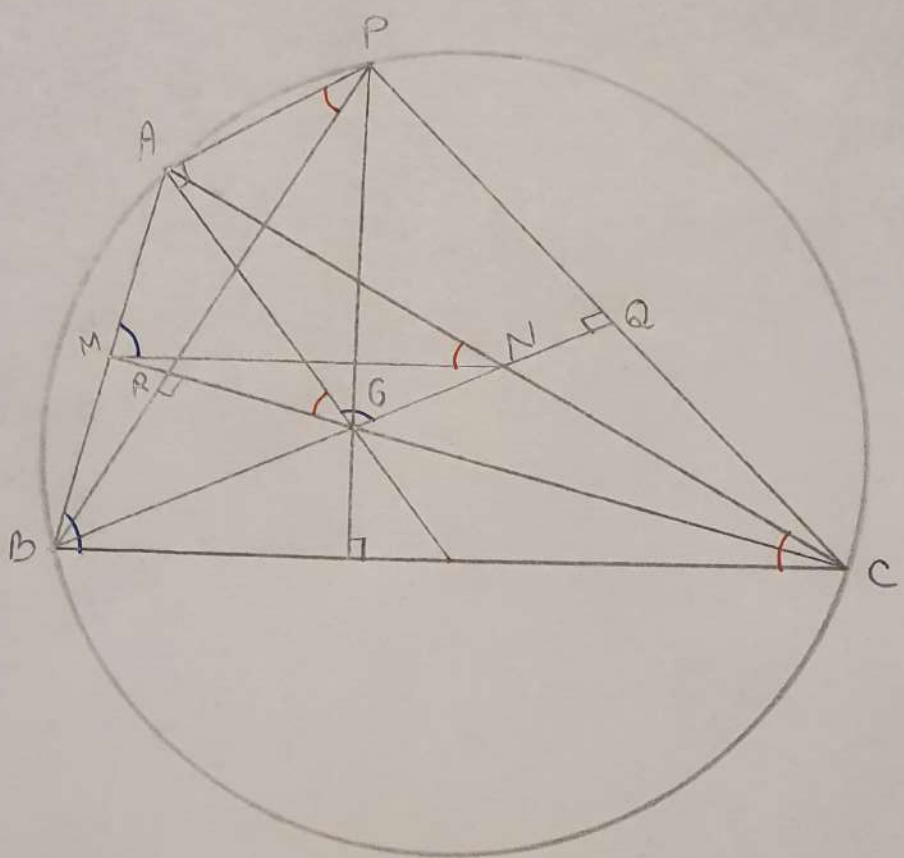

<u>Dem</u>: Fie P intersecția perpendicularei în A pe AG cu cercul circumscris ΔABC și $BN \cap PC = \{Q\}$, $CM \cap PB = \{R\}$. Trebuie să dem. că $PG \perp BC$.

În ΔABC: $\left.\begin{array}{l} AM = MB \\ AN = NC \end{array}\right| \Rightarrow MN$ linie mijlocie $\Rightarrow MN \parallel BC$.

În ΔABC: $MN \parallel BC \Rightarrow \widehat{ANM} = \widehat{ACB}$ (1)

$\widehat{AMN} = \widehat{ABC}$ (2)

Cum AMGN patrulater inscriptibil $\Rightarrow \widehat{AMN} = \widehat{AGN}$ (3)

$\widehat{AGM} = \widehat{ANM}$ (4)

Din (1) și (4) $\Rightarrow \widehat{AGM} = \widehat{ACB}$

Dar ABCP patrulater inscriptibil $\Rightarrow \widehat{ACB} = \widehat{APB}$ $\Big| \Rightarrow \widehat{APB} = \widehat{AGM} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ APQR patrulater inscriptibil $\Rightarrow \widehat{PRG} = \widehat{GAP} = 90^\circ \Rightarrow CR \perp BP$ (5)

Din (2) și (3) $\Rightarrow \widehat{ABC} = \widehat{AGN}$

Dar ABCP patrulater inscriptibil $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{APC} = 180^\circ$ $\Big| \Rightarrow \widehat{AGN} + \widehat{APC} = 180^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow PAGQ$ patrulater inscriptibil $\Rightarrow \widehat{GAP} + \widehat{GQP} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{GQP} = 90^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow BQ \perp PC$ (6)

În $\triangle PBC$:
$$\left.\begin{array}{l} BQ \perp PC \text{ (din (6))} \\ CR \perp PB \text{ (din (5))} \\ CR \cap BQ = \{G\} \end{array}\right| \Rightarrow G \text{ ortocentrul } \triangle PBC \Rightarrow PG \perp BC,$$

ceea ce voiam.