BARAJE DE JUNIORI, AZERBAIDJAN, 2018
barajul 1

1. Fie a, b, c numere reale pozitive astfel ca $abc = \dfrac{2}{3}$. Arătaţi că

$$\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \geqslant \frac{a+b+c}{a^3+b^3+c^3}.$$

Problema A1 din ShortList BMO 2018. Vezi aici.

2. Fie ABC un triunghi ascuţitunghic şi fie M mijlocul laturii BC. Fie D, E centrele cercurilor M-exînscrise triunghiurilor AMB, respectiv AMC. Cercul circumscris triunghiului ABD intersectează dreapta BC în punctele B şi F, iar cercul circumscris triunghiului ACE intersectează dreapta BC în punctele C şi G. Demonstraţi că $BF = CG$.

Problema G1 din ShortList BMO 2018, autor *Petru Braica*. Vezi aici.

3. Determinaţi numerele întregi x pentru care $2^x + x^2 + 25$ este cubul unui număr prim.

Problema s-a dat la barajul 2 din România în 2017. Vezi aici.

4. Un tablou $n \times n$ este împărţit în n^2 pătrăţele unitate. Unele dintre segmentele de lungime 1 ale reţelei obţinute (adică laturi ale unora dintre pătrăţelele unitate) se colorează cu negru astfel încât fiecare pătrăţel unitate să aibă exact o latură neagră. Determinaţi
a) cel mai mic
b) cel mai mare număr posibil de segmente negre.

Sursa: baraj seniori Belarus, 2017. Vezi aici.