BARAJE DE JUNIORI, AZERBAIDJAN, 2017
barajul 2

1. Fie $a, b, c > 0$ astfel încât $abc \geq 1$. Demonstraţi că

$$\frac{1}{a^3 + 2b^3 + 6} + \frac{1}{b^3 + 2c^3 + 6} + \frac{1}{c^3 + 2a^3 + 6} \leq \frac{1}{3}.$$

Propusă de *Ionuţ Grigore*, problema a fost dată în 2016 la baraj în România. Vezi aici.

2. Fie x, y, z trei numere reale nenule, diferite două câte două, care satisfac relaţiile $x^2 - xy = y^2 - yz = z^2 - zx$. Determinaţi toate valorile posibile ale expresiilor

$$\frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} \text{ şi } (x + y + z)^3 + 9xyz.$$

Vezi aici.

3. Fie ABC un triunghi ascuţitunghic cu $AB < AC$ şi fie D, E, F punctele de contact ale cercului înscris cu laturile BC, AC, AB. Fie $M, N \in EF$ astfel ca $MB \perp BC$ şi $NC \perp BC$. MD şi ND intersectează cercul înscris în P şi Q. Arătaţi că $DP = DQ$.

Problema G5 din ShortList JBMO 2015, propusă de *Ruben Dario* şi *Leonard Giugiuc*. Dată la baraj şi în România în 2016. Vezi aici şi aici.

4. Conducătorul Ţării Gnomilor vrea să tipărească bancnote de 12 valori diferite (fiecare din ele, număr natural) astfel ca să fie posibil să se plătească orice sumă de la 1 la 6543 folosind cel mult 8 bancnote. (La efectuarea plăţii se pot folosi şi mai multe bancnote de o aceeaşi valoare.) Poate conducătorul să-şi realizeze dorinţa?