

**BARAJE DE JUNIORI, AZERBAIDJAN, 2016**  
**barajul 2**

1. Dacă  $a, b, c$  reprezintă lungimile laturilor unui triunghi, demonstrați inegalitatea

$$3 \leq \sum_{\text{cyc}} \sqrt{\frac{a}{-a+b+c}}.$$

Vezi OJM România, 2015, aici.

2. Bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle BAC$ ,  $\sphericalangle CBA$  și  $\sphericalangle ACB$  intersectează cercul circumscris triunghiului  $ABC$  în punctele  $M, N$ , respectiv  $K$ . Segmentele  $[AB]$  și  $[MK]$  se intersectează în punctul  $P$ , iar segmentele  $[AC]$  și  $[MN]$  se intersectează în punctul  $Q$ . Arătați că  $PQ \parallel BC$ .

Vezi aici.

3. Toate celulele unui tablou  $m \times n$  sunt colorate fie cu alb fie cu negru astfel încât pătrățelele situate în colțurile fiecărui dreptunghi cu dimensiunile mai mari ca 1 să nu fie de aceeași culoare. Pentru  $m = 2, 3, 4$ , determinați toate valorile lui  $n$  pentru care o asemenea colorare este posibilă.

Vezi aici.

4. Determinați toate numerele naturale  $n$  pentru care  $(n^2 + 11n - 4)n! + 33 \cdot 13^n + 4$  este pătrat perfect.

Vezi aici.