

BARAJE DE JUNIORI, AZERBAIDJAN, 2015

Toate problemele date la barajele din 2015 provin din ShortList JBMO 2014.

barajul 2

1. Fie x, y, z numere reale nenegative cu proprietatea că $x + y + z = xyz$. Demonstrați că

$$2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 3(x + y + z)$$

și stabiliți când are loc egalitatea.

Vezi problema A5 din ShortList JBMO 2014, aici.

2. Fiecare literă a cuvântului $VUQAR$ corespunde unei cifre diferite din mulțimea $\{1, 2, 3, 4, 5\}$. Determinați toate soluțiile ecuației

$$\frac{(V + U + Q + A + R)^2}{V - U - Q + A + R} = V^{UQ^{AR}}.$$

Vezi problema N1 din ShortList JBMO 2014, aici. În enunțul din ShortList, în locul cuvântului $VUQAR$ este $OHRID$, locul de desfășurare a JBMO 2014.

3. Fie ABC un triunghi în care $AB \neq AC$. Fie M mijlocul lui BC și H ortocentrul triunghiului ABC . Fie D mijlocul lui AH și O centrul cercului circumscris triunghiului BCH . Arătați că $DAMO$ este paralelogram.

Vezi problema G4 din ShortList JBMO 2014, aici sau aici. Notățiile au fost schimbate: $D = O_1$, $O = O_2$. Problema a fost dată și la barajul 1 de România.