

### Problema săptămânii 360

În fiecare pătrățel al unei table  $8 \times 8$  se scrie unul dintre numerele  $-1$  și  $1$  astfel încât suma celor 64 de numere din tabel să fie 0. Pentru fiecare linie și fiecare coloană se calculează suma celor 8 numere scrise pe ea. Care este numărul maxim de asemenea sume (din cele 16 calculate) care pot fi pozitive?

*Revista KöMaL*, pb. B.5302

**Soluție:** Pentru ca suma celor 64 de numere din tabel să fie 0, în tabel trebuie să avem 32 de 1 și 32 de  $-1$ . Pentru ca suma elementelor unei linii să fie pozitivă, este necesar ca pe acea linie să fie cel puțin 5 de 1. Așadar, putem avea cel mult 6 linii cu suma pozitivă (7 linii pozitive ar însemna cel puțin  $7 \cdot 5 = 35 > 32$  de 1-uri). Analog, cel mult 6 dintre coloane pot avea suma pozitivă. Așadar, cel mult 12 dintre sumele calculate sunt pozitive.

Este ușor de dat un exemplu în care sunt 12 sume pozitive. De pildă, în colțul  $6 \times 6$  din stânga sus scriem  $-1$  pe o diagonală și 1 în rest. În partea rămasă scriem peste tot  $-1$  cu excepția a două pătrățele (nu contează care) în care scriem 1. Primele 6 linii și primele 6 coloane au suma pozitivă; suma numerelor din tabel este 0.

Am primit soluții de la: *Ioan Viorel Codreanu, Titu Zvonaru, Darius Chițu și Alexandru Ciobotea.*

### Problem of the week no. 360

In every field of an  $8 \times 8$  table one of the numbers  $-1$  and  $1$  is written so that the sum of all entries is 0. The sum of the numbers is calculated for each row and each column. What is the maximum possible number of positive sums out of the 16 sums obtained in this way?

*KöMaL*, pb. B.5302

**Solution:** We must have exactly 32 entries equal to 1 and 32 equal to  $-1$ . For the sum of the numbers of a row to be positive, the row must contain at least five 1-s. Thus, at most 6 of the sums of the rows can be positive (7 positive rows would require at least  $7 \cdot 5 = 35 > 32$  entries equal to 1). Similarly, at most 6 of the sums on the columns can be positive, so at most 12 of the computed sums can be positive.

It is easy to provide an example with 12 positive sums. For example, consider the  $6 \times 6$  in the upper-left corner, write  $-1$  on one diagonal and 1 in the other cells of the square. In the remaining part, we write  $-1$  with the exception of two cells (in does not matter which ones) in which we write 1. The first 6 rows and the first 6 column have positive sums; the total sum is 0.