1. Aflați toate perechile $(a, b)$ de numere întregi pozitive astfel încât numerele $a! + b$ și $b! + a$ să fie, ambele, puteri ale 5.

2. Demonstrați că pentru toate numerele reale nenegative $x$, $y$ și $z$, care nu sunt toate egale cu 0, este valabilă următoarea inegalitate

$$\frac{2x^2 - x + y + z}{x + y^2 + z^2} + \frac{2y^2 + x - y + z}{x^2 + y + z^2} + \frac{2z^2 + x + y - z}{x^2 + y^2 + z} \geq 3.$$

Identificați toate triplele $(x, y, z)$ pentru care este valabilă egalitatea.

3. Alice și Bazil mută, pe rând, într- o grilă $100 \times 100$, cu Alice mutând prima. Inițial grila este goală. Jocătorii aleg pe rând un număr de la 1 până la $100^2$, care nu este încă scris în nicio celulă, aleg o celulă goală și scriu numărul ales în acea celulă. Când nu mai sunt celule goale, Alice calculează suma numerelor din fiecare rând, iar scorul său este cel mai mare dintre aceste 100 sume. Bazil calculează suma numerelor din fiecare coloană, iar scorul său este cel mai mare dintre aceste 100 sume. Alice câștigă dacă scorul ei este mai mare decât scorul lui Bazil, iar Bazil câștigă dacă scorul lui este mai mare decât scorul lui Alice. Altfel, nimeni nu câștigă.

Aflați dacă vreunul dintre jucători are o strategie câștigătoare și, dacă da, stabiliți care.

4. Fie $O$ centrul cercului circumscris triunghiului ascuţitunghic $ABC$, $D$ piciorul înălţimii din $A$, $M$ mijlocul lui $OD$, iar $O_b$ şi $O_c$ centrele cercurilor circumscrise triunghiurilor $OAB$, respectiv $OAC$. Arătaţi că dacă $OA = OD$, atunci punctele $A$, $O_b$, $M$ şi $O_c$ sunt conciclice.