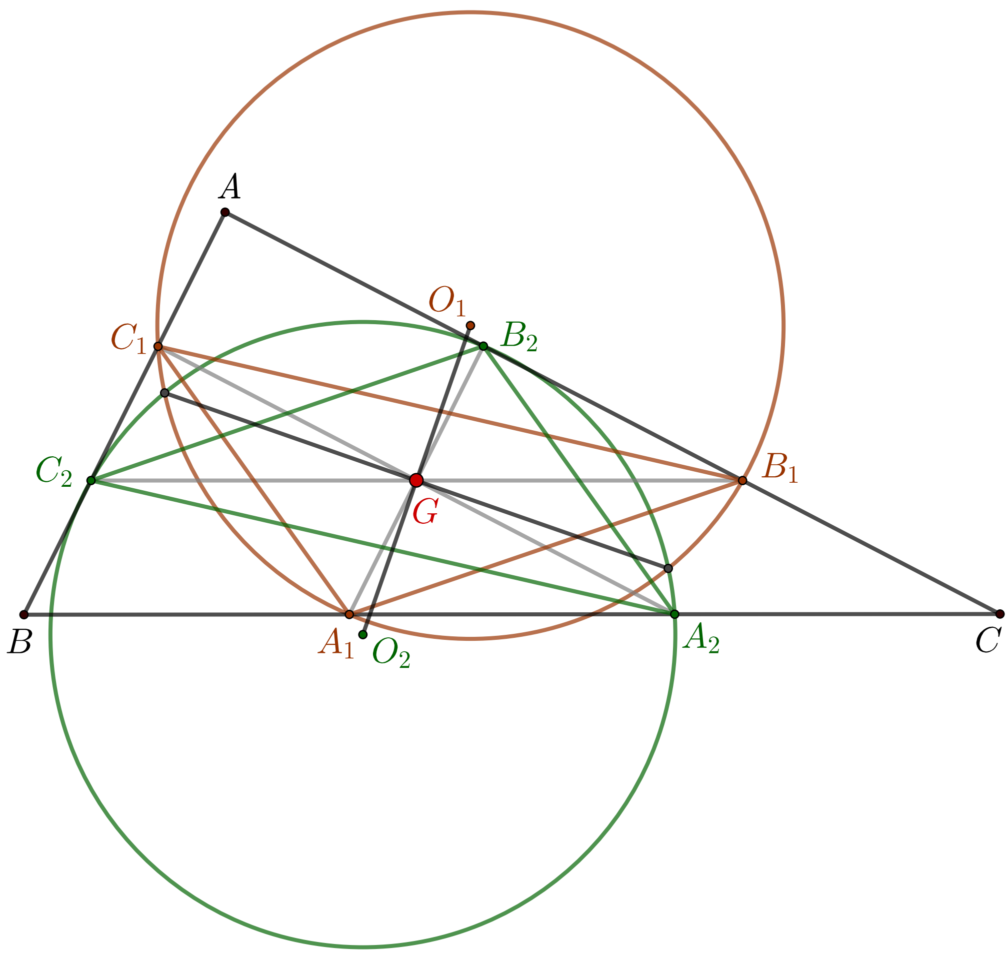
Problema săptămânii 353

Fie ABC un triunghi şi $A_1, A_2 \in BC$ astfel ca $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$. Definim analog punctele $B_1, B_2 \in CA$ şi $C_1, C_2 \in AB$. Demonstraţi că centrul de greutate al triunghiului ABC se află pe dreapta care uneşte punctele comune ale cercurilor circumscrise triunghiurilor $A_1B_1C_1$ şi $A_2B_2C_2$.

B. Biró, KöMaL, pb. B.5305

Soluţie: Este uşor de văzut că G, centrul de greutate al triunghiului ABC, este mijlocul fiecăruia dintre segmentele A_1B_2, B_1C_2 şi C_1A_2, astfel că triunghiurile $A_1B_1C_1$ şi $A_2B_2C_2$ sunt simetrice faţă de G. Atunci şi centrele cercurilor circumscrise acestora sunt simetrice faţă de G, iar cum triunghiurile sunt congruente, la fel sunt şi razele celor două cercuri circumscrise. În acest caz axa radicală a celor două cercuri este mediatoarea segmentului determinat de centrele cercurilor, mediatoare care trece prin G, mijlocul segmentului determinat de centrele cercurilor.



Am primit soluţie de la *Alexandru Ciobotea*.

Problem of the week no. 353

Let ABC be a triangle and consider $A_1, A_2 \in BC$ such that $BA_1 = A_1A_2 = A_2C$. Define similarly points $B_1, B_2 \in CA$ and $C_1, C_2 \in AB$. Prove that the centroid of triangle ABC lies on the line joining the common points of the circumcircles of triangles $A_1B_1C_1$ and $A_2B_2C_2$.

B. Biró, KöMaL, pb. B.5305

Solution: It is easy to se that G, the centroid of triangle ABC, is the midpoint of each of the line segments A_1B_2, B_1C_2 and C_1A_2, which means that triangles $A_1B_1C_1$ and $A_2B_2C_2$ correspond through the reflection over the point G. The two triangles are, thus, equal, have equal cicumradii, and their circumcenters are also symmetric with respect to G. The two circles being equal, their radical axis is the perpendicular bisector of the the line segment determined by the two circumcenters, and, as G is the midpoint of this line segment, the radical axis passes through G.