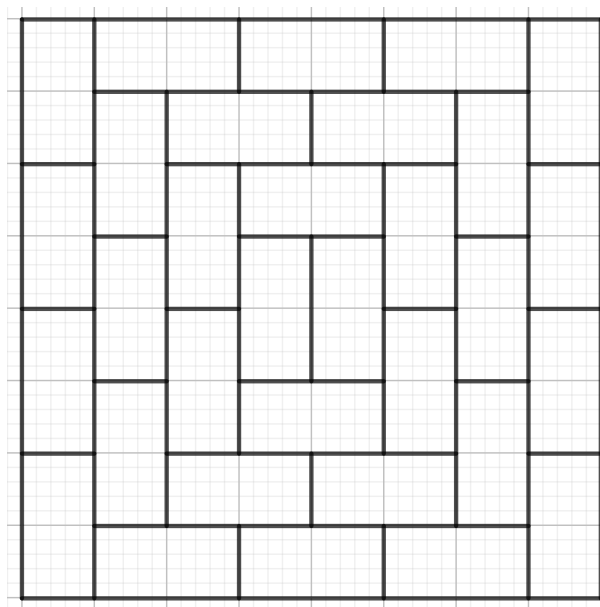


### Problema săptămânii 348

Ana și Bogdan joacă un joc pe o tablă  $8 \times 8$ . Cei doi mută alternativ, prima mutând Ana. Jucătorul aflat la mutare alege un pătrățel care n-a mai fost ales anterior și îl colorează cu culoarea sa (roșu pentru Ana, albastru pentru Bogdan). Arătați că Bogdan o poate mereu împiedica pe Ana să formeze un pătrat  $2 \times 2$  complet roșu.

*antrenament Franța, 2023*

**Soluția 1:** Bogdan poate adopta următoarea strategie: el pavează tabla cu dominouri astfel încât orice pătrat  $2 \times 2$  să conțină un domino întreg, apoi el replică la fiecare mutare făcând albastru pătrățelul aflat în același domino cu cel făcut roșu de Ana în mutarea ei. Bogdan lasă mereu dominouri complet colorate (fiecare având un pătrățel roșu și unul albastru), astfel că mereu Ana este cea care trebuie să înceapă un domino. Un exemplu de asemenea pavare este dat mai jos:



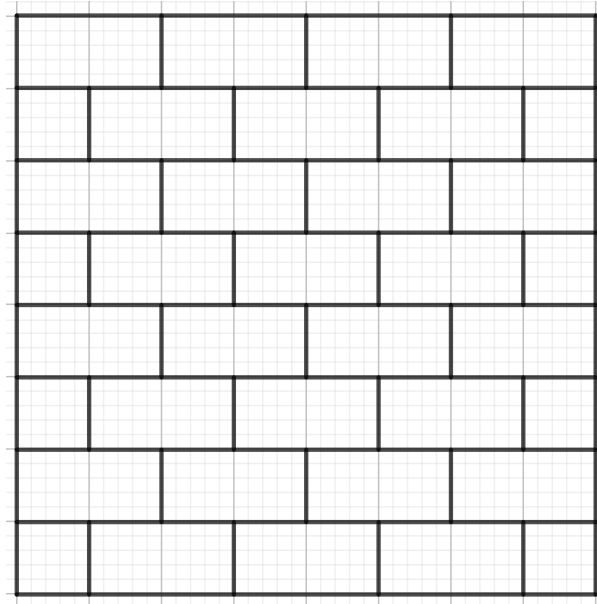
O altă problemă care se poate rezolva cu aceeași idee (pavăm tabla cu dominouri și mutăm în celălalt pătrățel al dominoului):

Doi jucători mută un rege pe o tablă de șah  $m \times n$ . Inițial, regele se află într-unul din colțurile tablei. Primul care mută regele pe un pătrățel pe care acesta a mai fost, pierde. Care din cei doi jucători are strategie de câștig?

**Soluția 2:** (oficială)

Bogdan poate adopta următoarea strategie: el pavează tabla cu 28 de dominouri dispuse orizontal și 8 pătrate unitate astfel încât orice pătrat  $2 \times 2$  să conțină un domino întreg. Apoi, dacă Ana a colorat cu roșu un pătrățel care face parte dintr-un domino, Bogdan va colora cu albastru celălalt pătrățel al dominoului, iar dacă Ana a colorat cu roșu unul din cele 8 pătrățele unitate neacoperite cu dominouri, Bogdan va colora cu albastru un alt asemenea pătrățel. Bogdan lasă mereu dominouri complet

colorate (fiecare având un pătrățel roșu și unul albastru) și un număr par de pătrățele unitate colorate, astfel că mereu Ana este cea care trebuie să înceapă un domino. Un exemplu de asemenea pavare este dat mai jos:

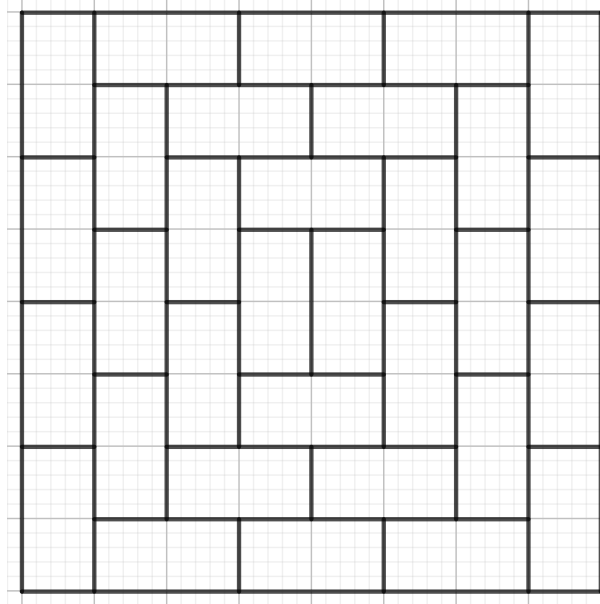


**Problem of the week no. 348**

Ann and Bob play a game on an  $8 \times 8$  board. The two players move alternately, with Ann making the first move. The player on move must choose a unit square that has not been chosen before and color it with his color (red for Ann, blue for Bob). Prove that Bob can always prevent Ann from completely coloring red a  $2 \times 2$  square.

*French training, 2023*

**Solution 1:** Bob can adopt the following strategy: he paves the board with dominoes such that every  $2 \times 2$  square contains a full domino, then he answers each of Ann's moves with a move in the same domino. Thus, Bob always leaves only fully colored dominoes (half red, half blue), while Ann is the one that always needs to begin a new domino. Un example of such a paving is given below.



**Solution 2:** (official)

Bob can adopt the following strategy: he paves the board with 28 dominoes and 8 unit squares such that every  $2 \times 2$  square contains a full domino. Subsequently, whenever Ann paints red one square of a domino, Bob paints blue the other one. Whenever Ann paints red one of the 8 unit squares, Bob paints blue another one. After each of Bob's moves on the table there are only fully white and fully colored domino as well as an even number of colored unit squares. It is always Ann's turn to begin coloring a domino. An example of such a paving is given below:

