

Problema 1. Determinați ultimele două cifre ale numărului 7^{2023} .

Problema 2. Demonstrați că, oricare ar fi numerele pozitive a, b, c , are loc inegalitatea

$$\sqrt{a \cdot b \cdot c \cdot (a + b + c)} \leq \frac{(a + b)(a + c)}{2}.$$

Problema 3. În triunghiul ascuțitunghic ABC notăm cu M mijlocul laturii BC și cu D piciorul înălțimii din A . Fie G un punct pe mediana AM și E proiecția sa pe segmentul MD . Dacă $BD + BC = 3BE$, demonstrați că G este centrul de greutate al triunghiului ABC .

Problema 4. În triunghiul ABC , $\sphericalangle BAC = 90^\circ$, M este mijlocul lui $[BC]$ și $BD \perp AM$, $D \in (AC)$. Demonstrați echivalența:

$$\sphericalangle ACB = 30^\circ \iff BD = 2 \cdot MD$$