Problema 1
Etapa a 5-a
Clasa a VII-a

Problema 1. Fie numerele reale pozitive a, b, c cu proprietatea că $a+b+c=16$. Arătaţi că

$$\sqrt{a\cdot b+a\cdot c}+\sqrt{b\cdot c+b\cdot a}+\sqrt{c\cdot a+c\cdot b}\leqslant 24.$$

Problema 2. Fie $ABCD$ un paralelogram, punctul M simetricul punctului B faţă de punctul D, iar N un punct situat pe dreapta BC astfel încât $B \in (CN)$ şi $BN = 2 \cdot BC$. Demonstraţi că punctele M, A, N sunt coliniare.

ViitoriOlimpici.ro

Problema 3
Etapa a 5-a
Clasa a VII-a

Problema 3. În interiorul unui triunghi ABC considerăm punctul T care are proprietatea că $\sphericalangle BTC = \sphericalangle CTA = \sphericalangle ATB$. Arătaţi că

$$2 \cdot AB + 2 \cdot BC + 2 \cdot CA > 4 \cdot AT + 3 \cdot BT + 2 \cdot CT.$$

Problema 4
Etapa a 5-a
Clasa a VII-a

Problema 4. Determinaţi numerele naturale nenule a, b, c pentru care:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{a+b+c}{2}.$$