Problema săptămânii 333

Fie ABC un triunghi ascuţitunghic. Înălţimile BB_1 şi CC_1 se intersectează în H, iar A' este simetricul lui H faţă de mijlocul laturii BC. Cercurile $\mathscr{C}_1$ şi $\mathscr{C}_2$ circumscrise triunghiurilor $BA'B_1$ şi $CA'C$ intersectează a doua oară laturile AB, respectiv AC în punctele P şi Q. Demonstraţi că:
a) $APHQ$ este paralelogram.
b) Dreptele PQ şi HA' şi cercurile $\mathscr{C}_1$ şi $\mathscr{C}_2$ au un punct comun.
c) Simetricul lui P faţă de mijlocul lui AB se află pe cercul $\mathscr{C}_2$.

Andrei Eckstein

Problem of the week no. 333

Let ABC be an acute triangle. The altitudes BB_1 and CC_1 meet at H, and A' is the reflection of H about the midpoint of BC. The circumcircles $\mathscr{C}_1$ and $\mathscr{C}_2$ of triangles $BA'B_1$ and $CA'C$ intersect again sides AB and AC respectively at P and Q. Prove that:
a) $APHQ$ is a parallelogram.
b) Lines PQ and HA' and the circles $\mathscr{C}_1$ and $\mathscr{C}_2$ all pass through a common point.
c) The reflection of P about the midpoint of AB also lies on $\mathscr{C}_2$.

Andrei Eckstein