

Problema săptămânii 300

Numerele de la 1 la 60 sunt împărțite în 30 de perechi, astfel încât, în fiecare pereche, diferența dintre cele două numere este 1 sau 10. Se știe că perechea numărului 10 este 11, iar a numărului 20 este 30. Care e perechea numărului 41?

sursa problemei și figurii: *Bogdan Enescu*; (multe mulțumiri!)

Soluție: (*Bogdan Enescu*)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

A împărți cele 60 de numere în perechi astfel încât, în fiecare pereche, diferența dintre cele două numere să fie 1 sau 10 este totuna cu a acoperi tabla de mai sus cu dominouri 2×1 . Astfel, fiecare domino vertical acoperă 2 numere care diferă cu 10 (și reciproc), iar fiecare domino orizontal acoperă 2 numere care diferă cu 1. Problema e că perechile (10, 11), (20, 21), (30, 31), (40, 41) și (50, 51) nu pot fi acoperite de dominouri. Oricum, în cele 30 de perechi de numere, jumătate dintre numere vor fi pe câmpuri albe, iar cealaltă pe câmpuri negre. Avem perechea (10, 11) în care ambele numere sunt pe câmpuri negre. Asta înseamnă că va trebui să existe o pereche în care ambele numere să fie pe câmpuri albe. Singurii candidați sunt (20, 21) și (40, 41), dar cum 20 e asociat lui 30, rămâne o singură posibilitate.

Răspuns: perechea numărului 41 este 40.

Remarcă: Este ușor de văzut că o asemenea împărțire în perechi este într-adevăr posibilă.

Am primit soluție numai de la *Denis Nica*.

Problem of the week no. 300

The numbers 1 through 60 are split into 30 pairs such that, within each pair, the difference between the two numbers is either 1 or 10. It is known that the pair of 10 is 11, and the pair of 20 is 30. What is the pair of 41?

Solution:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60

Dividing the first 60 positive integers into pairs such that the difference between the numbers in each pair is either 1 or 10 is the same as covering the above board with 2×1 dominoes. Thus, any vertical domino covers two numbers that differ by 10, while any horizontal domino covers two numbers whose difference is 1. The only problem is with pairs (10, 11), (20, 21), (30, 31), (40, 41) and (50, 51) that can not be covered by dominoes. Notice that half of the numbers are on white fields, and the other half in black fields. We already have the pair (10, 11) in which both numbers are on black fields, therefore we must also have a pair in which both numbers are one white fields. As any domino covers one black and one white field, this pair must be one of the pairs (20, 21) and (40, 41), but 20 being associated to 30, there is only one remaining possibility.

Answer: The pair of 41 is 40.

Remark: It is easy to see that such a pairing is indeed possible.

source: *Bogdan Enescu* (many thanks!)