Problema 1.

În tetraedrul $VABC$, considerăm un punct arbitrar P în interiorul feţei ABC. Paralelele duse prin P la muchiile VA, VB, VC intersectează feţele tetraedrului în punctele A', B' respectiv C'. Arătaţi că:

$$\frac{PA'}{VA} + \frac{PB'}{VB} + \frac{PC'}{VC} = 1.$$

Problema 2.

Fie $a_1,\ a_2,\ a_{3,}\ ...,\ a_{2022}$ o scriere arbitrară a numerelor $1,\ 2,\ 3,\ ...,\ 2022.$ Arătaţi că printre numerele

$$|a_1 - 1|\,,\ \ |a_2 - 2|\,,\ \ |a_3 - 3|\,,\ \ ...,|a_{2022} - 2022|$$

există (cel puţin) două numere egale.

Problema 3.

Fie $ABCDA^{'}B^{'}C^{'}D^{'}$ un paralelipiped dreptunghic de dimensiuni a, b, c şi diagonala egală cu d. Dacă notăm cu k distanţa de la A la planul $\left(A^{'}BD\right)$ iar cu V volumul paralelipipedului, arătați că

$$V \geq d\sqrt{3}k^2.$$

Problema 4.

Fie a un număr natural nenul. Să se demonstreze că a este pătrat perfect, dacă și numai dacă, oricare ar fi $b \in \mathbb{N}^*$ există $c \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $a + bc$ să fie pătrat perfect.