

Barajul nr. 2 pentru JBMO

11 martie 2022

Problema 1. Se consideră 29 de table și n elevi. Fiecare elev scrie pe fiecare tablă câte unul din numerele 1, 2 și 3. Se știe că oricare doi elevi au scris numere diferite pe măcar o tablă și că oricare trei elevi au scris același număr pe măcar o tablă. Care este valoarea maximă a lui n ?

Problema 2. Fie c un număr real. Dacă inegalitatea

$$f(c) \cdot f(-c) \geq f(a)$$

are loc pentru orice funcție $f(x) = x^2 - 2ax + b$, unde a și b sunt numere reale arbitrare, aflați toate valorile posibile ale lui c .

Problema 3. Într-un triunghi ABC cu $m(\sphericalangle B) < m(\sphericalangle C)$ fie K centrul cercului exînscribit tangent laturii $[AC]$. Dreptele AK și BC se intersectează în punctul D , iar E este centrul cercului circumscris triunghiului BKC . Demonstrați că

$$\frac{1}{KA} = \frac{1}{KD} + \frac{1}{KE}.$$

Problema 4. Determinați toate numerele prime p cu proprietatea că numărul

$$3^p + 4^p + 5^p + 9^p - 98$$

are cel mult 6 divizori pozitivi.