

1. Fie numerele reale pozitive  $a, b, c$  cu proprietatea că  $a + b + c = 16$ .  
Arătați că

$$\sqrt{a \cdot b + a \cdot c} + \sqrt{b \cdot c + b \cdot a} + \sqrt{c \cdot a + c \cdot b} \leq 24.$$

**2.** Fie  $ABCD$  un paralelogram, punctul  $M$  simetricul punctului  $B$  față de punctul  $D$ , iar  $N$  un punct situat pe dreapta  $BC$  astfel încât  $B \in (CN)$  și  $BN = 2 \cdot BC$ . Demonstrați că punctele  $M, A, N$  sunt coliniare.

3. În interiorul unui triunghi  $ABC$  considerăm punctul  $T$  care are proprietatea că  $\sphericalangle BTC = \sphericalangle CTA = \sphericalangle ATB$ . Arătați că

$$2 \cdot AB + 2 \cdot BC + 2 \cdot CA > 4 \cdot AT + 3 \cdot BT + 2 \cdot CT.$$

4. Determinați perechile de numere întregi  $(x, y)$ ,  $x \neq -y$ , știind că numărul  $\frac{x^2 \cdot y}{x + y}$  este egal cu puterea unui număr prim.