1. Demonstraţi că

$$\frac{3}{1\cdot 2}+\frac{4}{2\cdot 3}+\frac{5}{3\cdot 4}+\ldots+\frac{n+2}{n\cdot(n+1)}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{n}\right)<2,$$

oricare ar fi numărul natural $n \geqslant 2$.

2. Determinaţi numerele naturale x şi y ştiind că numărul $\sqrt{3^x + 2^y}$ este natural.

3. Fie $ABCD$ un patrulater convex aşa încât prelungirile laturilor opuse AB şi CD se intersectează în E, iar prelungirile laturilor AD şi BC se intersectează în F. Se prelungesc segmentele AE, DE, BF, respectiv AF cu segmentele $EH = AB$, $EK = CD$, $FL = BC$, respectiv $FM = DA$. Arătaţi că punctele H, K, L şi M sunt vârfurile unui paralelogram.

4. Fie $ABCD$ un dreptunghi. Se consideră punctul E astfel încât $AE = BD$, $DB \perp BE$, iar punctele A şi E sunt situate de o parte şi de alta a dreptei BD.

Arătaţi că, dacă $\angle(AE; BD) = 60^0$, atunci $ABCD$ este pătrat.