

Problema săptămânii 272

Ana și Bogdan joacă următorul joc. Mai întâi ei aleg un număr natural $n \geq 3$, apoi Ana se gândește la un număr din mulțimea $\{1, 2, \dots, n\}$. Bogdan trebuie să ghicească numărul. El va spune un număr, iar Ana îi va răspunde numai da sau nu. Dacă Ana a răspuns da, jocul se termină. Dacă răspunsul este nu, Ana va schimba numărul: ea poate fie să adune 1, fie să scadă 1 din numărul ei, dar numărul trebuie să rămână cel puțin 1 (însă el poate deveni mai mare ca n). Apoi Bogdan poate încerca să ghicească noul număr. Procesul se repetă până când Bogdan ghicește numărul Anei.

Demonstrați că Bogdan are o strategie care îi permite să ghicească numărul Anei din cel mult $3n - 5$ încercări.

Problem of the week no. 272

Al and Bill are playing the following game. They agree on a fixed number $n \geq 3$, and then Al thinks of a number from the set $\{1, 2, \dots, n\}$. Now Bill can guess the number. He will only get yes or no answers. If the answer is yes, the game terminates. If the answer is no, Al will change the number: he either increases or reduces it by 1, but the number must remain positive (it is allowed to go beyond n though). Then Bill can guess again, trying to hit the new number. The procedure is repeated until finally Bill gets the number. Prove that Bill has a strategy to end the game with at most $3n - 5$ guesses.