



**ViitoriOlimpici.ro**

Concursul Gazeta Matematică și ViitoriOlimpici.ro

**Problema 1.** Arătați că două triunghiuri dreptunghice care au aceeași arie și același perimetru sunt congruente.



**ViitoriOlimpici.ro**

Concursul Gazeta Matematică și ViitoriOlimpici.ro

**Problema 2.** Arătați că ecuația:

$$x^2 + y^2 + z^2 - xy - xz - 2yz = 0$$

are o infinitate de soluții întregi  $x, y, z$  cu  $\text{cmmmdc}(x, y, z) = 1$ .

**Problema 3.** Fie  $n$  un număr natural nenul și  $A_n$  mulțimea primelor  $n$  numere naturale nenule.

- (a) Determinați câte submulțimi nevide cu număr par de elemente are mulțimea  $A_n$ .
- (b) Pentru fiecare submulțime nevidă  $S \subset A_n$  ordonăm elementele în ordine descrescătoare și definim suma alternantă. De exemplu dacă  $S = \{1, 4, 7, 12, 13\}$ , suma alternantă este  $13-12+7-4+1$ . (Începe cu cel mai mare număr și apoi semnele alternează.) Determinați suma sumelor alternante corespunzătoare tuturor submulțimilor nevide ale mulțimii  $A_n$ .

**Problema 4.** Fie  $\Delta ABC$ . Pe latura  $BC$  se consideră punctele  $T$  și  $M$  cu  $T \in (BM)$  iar  $M \in (TC)$ . Fie numerele  $\alpha, \beta$  naturale și mai mari decât 1, astfel încât  $BC = \alpha BT = \beta MC$ . Bisectoarea unghiului  $ATB$  intersectează segmentul  $(AB)$  în punctul  $D$ , iar dreapta  $CD$  intersectează  $AM$  în  $E$ .

Aflați numerele  $\alpha, \beta$  știind că  $DT \perp TE$ .