

AGENȚIA NAȚIONALĂ PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE  
A 62 – A OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 31 martie 2018

A doua probă de evaluare pentru OBMJ 2018

BJ5. Determinați toate perechile de numere naturale  $(x, y)$  care verifică relația  $y^3 = x^3 + 7x^2 + 4x + 15$ .

BJ6. Numerele reale pozitive  $x$  și  $y$  satisfac egalitatea  $\frac{1}{1+x+x^2} + \frac{1}{1+y+y^2} + \frac{1}{1+x+y} = 1$ . Arătați că  $x \cdot y = 1$ .

BJ7. Punctele  $P$  și  $Q$  sunt mijlocurile diagonalelor  $AC$  și, respectiv  $BD$  ale patrulaterului convex  $ABCD$ , iar  $O$  este punctul lor de intersecție. Fie  $M$  și  $N$  mijlocurile laturilor opuse  $AB$  și, respectiv  $CD$ , astfel încât dreapta  $MN$  taie diagonalele  $AC$  și  $BD$  în punctele  $E$  și, respectiv  $F$ . Demonstrați că  $OE \cdot QF = OF \cdot PE$ .

BJ8. Fie mulțimea  $A = \{1, 2, 3, \dots, 72\}$ . Arătați că există o submulțime  $B$  a lui  $A$  cu 36 elemente având proprietatea: suma pătratelor elementelor mulțimii  $B$  este egală cu suma pătratelor elementelor mulțimii  $A \setminus B$ .

Timp de lucru: 4 ore 30 minute

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte.

**MULT SUCCES!**