AGENȚIA NAȚIONALĂ PENTRU CURRICULUM ȘI EVALUARE

A 62 – A OLIMPIADĂ DE MATEMATICĂ A REPUBLICII MOLDOVA

Chișinău, 5 martie 2018

Prima probă de evaluare pentru OBMJ 2018

BJ1. Numerele întregi $a_1, a_2, \ldots, a_{2018}$ verifică relația $a_{2018}^2 + a_{2017}^2 = a_{2016}^2 - a_{2015}^2 + a_{2014}^2 - a_{2013}^2 + \ldots + a_2^2 - a_1^2$.
Demonstrați că numărul $A = a_1 \cdot a_2 \cdot \ldots \cdot a_{2018} + 2025$ este o diferență de două pătrate perfecte.

BJ2. Fie a, b, c numere reale pozitive. Demonstrați inegalitatea $\dfrac{a^2+4}{b+c} + \dfrac{b^2+9}{c+a} + \dfrac{c^2+16}{a+b} \geq 9$.

BJ3. În triunghiul ascuțitunghic ABC punctele D și E sunt picioarele înălțimilor duse din vârfurile A și, respectiv B, astfel încât $AD \cap BE = \{H\}$. Prin centrul cercului circumscris al triunghiului ABC este dusă o dreaptă paralelă la dreapta BC care intersectează latura (AB) în punctul F. Dacă M este mijlocul segmentului AH, demonstrați că $m(\angle CMF) = 90^0$.

BJ4. Demonstrați că numărul natural $A = 10^{n^3-n+2}$ poate fi scris ca sumă de patru cuburi perfecte pentru orice valori $n \in N^*$.

Timp de lucru: 4 ore 30 minute

Rezolvarea corectă a fiecărei probleme se apreciază cu 7 puncte. **MULT SUCCES !**