

### Problema săptămânii 256

Câteva diagonale care nu se intersectează (decât eventual în capete) împart un poligon convex în triunghiuri. În fiecare vârf al poligonului se scrie numărul triunghiurilor care conțin respectivul vârf. Se șterg diagonalele trasate. Le putem reconstitui pornind de la numerele scrise în vârfurile poligonului?

*Turneul Orașelor, 2001*

**Soluția oficială:** Da, este posibil.

Mai întâi vom arăta că există întotdeauna un vârf în care este scris numărul 1. Într-adevăr, fiecare din diagonalele trasate împarte poligonul în două poligoane. Să considerăm diagonala pentru care unul din cele două poligoane determinate de ea are numărul minim de laturi. (Celălalt poligon va avea număr maxim de laturi.) În mod evident, nu mai sunt diagonale trasate în interiorul poligonului minimal căci în caz contrar acesta n-ar mai fi minimal, diagonala din interior determinând un poligon cu și mai puține laturi. Rezultă că poligonul minimal este triunghi. Să-l notăm cu  $ABC$ , unde  $BC$  este diagonala aleasă. Atunci în vârful  $A$  este scris numărul 1.

Să considerăm un vârf al poligonului în care este scris numărul 1 și să-l notăm  $A$ . Atunci diagonala care unește vârfurile  $B$  și  $C$ , adiacente vârfului  $A$ , este una dintre diagonalele șterse. Să trasăm diagonala  $BC$  și să considerăm poligonul format omițând vârful  $A$ . De asemenea, să scădem 1 din numerele scrise în vârfurile  $B$  și  $C$  (pentru că în poligonul format, numărul triunghiurilor adiacente acestor vârfuri este cu 1 mai mic decât în poligonul inițial). Noul nostru poligon are mai puține laturi decât cel inițial și satisface condițiile problemei, deci putem repeta procedura până când ajungem la un triunghi. Toate diagonalele au fost astfel reconstituite.

**Remarcă:** Practic, demonstrația de mai sus este prin inducție.

Am primit o soluție corectă de la *Emanuel Mazăre*.

### Problem of the week no. 256

Several non-intersecting diagonals divide a convex polygon into triangles. At each vertex of the polygon the number of triangles adjacent to it is written. Is it possible to reconstruct all the diagonals using these numbers if the diagonals are erased?

*Tournament of Towns, Juniors, A Level, 2001*

**Solution:**

See problem 4 here.

Another way of writing the same solution is on AoPS.