

Problema săptămânii 244

Se consideră un poligon regulat cu 99 de laturi. Ana și Bogdan joacă un joc în care cei doi mută alternativ. Ana mută prima. Ea colorează cu roșu sau albastru unul dintre vârfurile poligonului. În continuare, jucătorul aflat la rând colorează cu roșu sau albastru unul dintre vârfurile necolorate ale poligonului, vecin cu un vârf deja colorat. Bogdan câștigă dacă, după colorarea tuturor vârfurilor, se formează un triunghi echilateral monocolor. Îl poate împiedica Ana să câștige?

Olimpiadă Rusia, 2019

Soluție: Răspunsul este că Ana nu îl poate împiedica pe Bogdan să câștige. După 33 de mutări, 33 de puncte consecutive de pe cerc au fost colorate și urmează la rând Bogdan. El colorează unul dintre cele două puncte pe care le poate colora astfel încât să lase un arc cu capetele colorate cu aceeași culoare. Să notăm vârfurile poligonului cu A_1, A_2, \dots, A_{99} astfel pornind de la unul din capetele arcului colorat, astfel încât capetele arcului colorat să fie A_1 și A_{34} . Obiectivul lui Bogdan este de a colora A_{67} cu aceeași culoare ca și A_1 și A_{34} și de a obține astfel un triunghi echilateral monocolor. În acest scop, el imită mutările Anei în sensul că dacă Ana colorează vârful de la un capăt al arcului, atunci Bogdan colorează vârful din celălalt capăt. Bogdan va urma această strategie pînă când Ana ajunge să coloreze unul dintre punctele A_{66} și A_{68} . Acum A_{67} este disponibil și Bogdan îl poate colora obținând triunghiul monocolor.

Am primit soluții de la: *Emanuel Mazăre* și *Ana Duguleanu*.

Problem of the week no. 244

On the circle, 99 points are marked, dividing this circle into 99 equal arcs. Ann and Bob play a game, taking turns. Ann goes first; on her first move, she paints in red or blue any marked point. Then each player can paint on his own turn, in red or blue, any uncolored marked point adjacent to the already painted ones. Bob wins, if after painting all points there is an equilateral triangle, all three vertices of which are colored in the same color. Could Ann prevent him?

All Russian MO, 2019

Solutions in English can be found on AoPS.