Problema săptămânii 242

Fie $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(n \geq 2)$ numere reale din intervalul $[1, 2]$. Demonstraţi că

$$|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \ldots + |x_n - x_1| \leq \frac{2}{3}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

şi că egalitatea are loc dacă şi numai dacă n este par şi $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (1, 2, \ldots, 1, 2)$ sau $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (2, 1, \ldots, 2, 1)$.

Problem of the week no. 242

Let $x_1, x_2, \ldots, x_n$ $(n \geq 2)$ be real numbers belonging to the interval $[1, 2]$. Prove that

$$|x_1 - x_2| + |x_2 - x_3| + \ldots + |x_n - x_1| \leq \frac{2}{3}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

and prove that equality holds if and only if n is even and $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (1, 2, \ldots, 1, 2)$ or $(x_1, x_2, \ldots, x_n) = (2, 1, \ldots, 2, 1)$.