



UPPER.SCHOOL FOR
INTERNATIONAL MATH CONTESTS
2020 - 2021

Secțiunea Juniori
Simulare baraj 1
20 decembrie 2020
- Subiecte -

Selecție probleme
Prof. Lioara Ivanovici

§1 Subiecte

Problema 1

Aflați numărul tuturor perechilor de numere întregi pozitive (m, n) astfel încât $n|12m - 1$ și $m|12n - 1$.

Problema 2

Considerăm o tablă pătrată 6×6 formată din 36 pătrățele unitate. Definim o "diagonală" ca fiind cele șase pătrățele de coordonate (i, j) , $1 \leq i, j \leq 6$ pentru care $i - j = k \pmod{6}$, unde $k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Avem deci 6 diagonale. Demonstrați că este imposibil să punem numerele de la 1 la 36 în pătrățelele tablei, astfel încât fiecare număr apare exact o dată, iar suma numerelor de pe orice linie, coloană sau diagonală să fie aceeași.

Problema 3

Determinați numărul de moduri distincte de a partiționa mulțimea numerelor naturale în două submulțimi, astfel încât în fiecare submulțime raportul oricărui două elemente nu este număr prim.

Problema 4

Fie $a, b, c > 0$, cu proprietatea $a^2 + b^2 + c^2 = 3$. Arătați că are loc inegalitatea:

$$2 \left(\frac{2}{a} + \frac{3}{b} + \frac{5}{c} \right) + b^2 + 3c^2 \geq 24.$$

Timp de lucru: 240 de minute.

Pentru fiecare problemă se acordă maxim 7 puncte.

Nu este permisă utilizarea calculatorului sau a oricărui alt instrument, cu excepția riglei și a compasului.