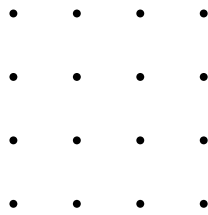


Problema săptămânii 216

O rețea pătrată formată din 16 puncte (vezi figura de mai jos) conține vârfurile a nouă pătrate 1×1 , patru pătrate 2×2 și unui pătrat 3×3 , în total 14 pătrate ale căror laturi sunt paralele cu laturile rețelei. Care este numărul minim de puncte care trebuie șterse astfel ca, după ștergerea respectivelor puncte, fiecăruia din cele 14 pătrate să-i lipsească cel puțin un vârf?

Justificați-vă răspunsul arătând atât că este suficient să eliminăm respectivul număr de puncte, cât și faptul că eliminarea unui număr mai mic de puncte nu va da rezultatul dorit.

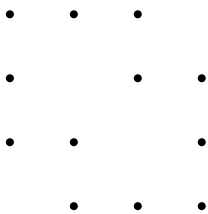


BAMO, 2009

Soluție: Vârfurile celor patru pătrate 1×1 situate în colțuri formează patru mulțimi disjuncte două câte două, deci, pentru ca fiecăruia să-i lipsească măcar câte un vârf, trebuie să ștergem cel puțin 4 puncte, câte unul din vârfurile fiecăruia din aceste pătrate.

Pe de altă parte, dacă ștergem capetele unei diagonale și cele două puncte de pe cealaltă diagonală care nu sunt în capete, ca în figura de mai jos, este ușor de verificat că fiecare din cele 14 pătrate are cel puțin un vârf lipsă.

În concluzie, este necesar și suficient să ștergem 4 vârfuri, deci minimul căutat este 4.



Remarcă: Exemplul de mai sus, împreună cu cel analog, sunt singurele două modalități de a șterge 4 puncte astfel încât să descompletăm toate pătratele.

Remarcă: (*Ștefan Gobej, Cezara Danciu*)

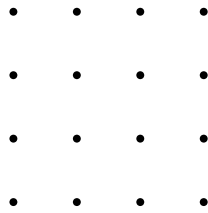
În loc de pătratele 1×1 din colțuri, ne puteam uita la cele 4 pătrate 2×2 . Și vârfurile acestora formează 4 mulțimi disjuncte două câte două.

Am primit soluții de la *Carol Luca Gasan, Andrei Pană, Emanuel Mazăre, Radu Stoleriu, Ștefan Gobej, Cezara Danciu, David Ghibu și Radu Șerban*.

Problem of the week no. 216

A square grid of 16 dots (see the figure) contains the corners of nine 1×1 squares, four 2×2 squares, and one 3×3 square, for a total of 14 squares whose sides are parallel to the sides of the grid. What is the smallest possible number of dots you can remove so that, after removing those dots, each of the 14 squares is missing at least one corner?

Justify your answer by showing both that the number of dots you claim is sufficient and by explaining why no smaller number of dots will work.



BAMO, 2009

The official solution can be found [here](#).