

TEST DE ANTRENAMENT nr. 9
Arabia Saudită, 2019

Problema 1. Numerele reale nenule x, y, z satisfac relațiile $x + y + z = 0$ și

$$A = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x} = \frac{x}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{y} + 1.$$

Aflați A .

Problema 2. În triunghiul ABC punctul M este mijlocul laturii AB , iar D este piciorul înălțimii din C . Demonstrați că $m(\sphericalangle A) = 2m(\sphericalangle B)$ dacă și numai dacă $AC = 2MD$.

Problema 3. Se dau șase cifre nenule, distincte două câte două. Arătați că există două numere de câte șase cifre astfel încât diferența lor este 9 și fiecare din cele două numere conține toate cele șase cifre date.

Problema 4. Se dau 14 numere naturale nenule. Hamza scrie pe o bucată de hârtie cel mai mare divizor comun al fiecărei perechi de numere. Se constată că diferența dintre cel mai mare și cel mai mic dintre numerele scrise de Hamza este mai mică decât 91. Demonstrați că numerele de pe foaia lui Hamza nu sunt toate diferite.

Problema 5. Numerele reale, neîntregi, a, b, c, d au proprietatea că suma oricăror trei dintre ele este număr întreg. Este posibil ca $ab + cd$ să fie număr întreg?