

**TEST DE ANTRENAMENT nr. 7**  
**Arabia Saudită, 2019**

**Problema 1.** Fie  $a, b, c$  numere reale pozitive astfel încât  $a+b+c = 1$ . Demonstrați că

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + \frac{b}{c} + \frac{c}{b} + \frac{c}{a} + \frac{a}{c} \geq 2\sqrt{2} \left( \sqrt{\frac{1-a}{a}} + \sqrt{\frac{1-b}{b}} + \sqrt{\frac{1-c}{c}} \right).$$

**Problema 2.** Spunem despre o pavare a unui dreptunghi  $m \times n$  cu dale *arăbești* (de forma celor de mai jos) că este *regulată* dacă ea nu conține niciun sub-dreptunghi pavat cu asemenea dale. Demonstrați că dacă pentru un dreptunghi  $m \times n$  există o pavare regulată, atunci și pentru dreptunghiul  $2m \times 2n$  există o pavare regulată.



**Problema 3.** Fie  $ABC$  un triunghi și  $M$  mijlocul laturii  $BC$ . Dacă  $\sphericalangle MAC \equiv \sphericalangle ABC$  și  $m(\sphericalangle BAM) = 105^\circ$ , aflați măsura unghiului  $\sphericalangle ABC$ .

**Problema 4.** Fie  $p$  un număr prim. Arătați că  $7p + 3^p - 4$  nu este pătrat perfect.