

TEST DE ANTRENAMENT nr. 6
Arabia Saudită, 2019

Problema 1. Dispunem de 11 cutii. La o mutare, putem alege 10 dintre acestea și pune o câte o pietricică în fiecare dintre cutiile alese. Doi jucători mută alternativ. Cel care obține o cutie cu 21 de pietricele, câștigă. Care din cei doi jucători are strategie de câștig?

Problema 2. Patrulaterul $ABCD$ este circumscris unui cerc Γ și K, L, M, N sunt punctele de tangență ale lui Γ cu laturile AB, BC, CD , respectiv DA . Fie S punctul de intersecție dintre dreptele KM și LN . Dacă patrulaterul $SKBL$ este inscriptibil, demonstrați că și patrulaterul $SNDM$ este inscriptibil.

Problema 3. Dorim să plasăm pe tabla de șah n dame albe și n dame negre care să nu se atace. Care este cel mai mare n pentru care putem face acest lucru? (Două dame se atacă atunci când au culori diferite, sunt pe aceeași linie sau coloană sau pe o aceeași dreaptă paralelă cu una din diagonalele tablei.)

Problema 4. Fie $a, b, c > 0$. Demonstrați că

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \geq \frac{c+a}{c+b} + \frac{a+b}{a+c} + \frac{b+c}{b+a}.$$