

TEST DE ANTRENAMENT nr. 3
Arabia Saudită, 2019

Problema 1. Fiecare punct din plan este colorat cu o anumită culoare. Se știe că pe fiecare dreaptă există puncte de cel mult două culori. Care este numărul maxim de culori prezente în acest plan?

Problema 2. Un triunghi ascuțitunghic ABC este înscris într-un cerc ω . Tangentele în A și C la ω se intersectează în F . Mediatoarea segmentului $[AB]$ intersectează dreapta BC în E . Demonstrați că dreptele FE și AB sunt paralele.

Problema 3. Există numere întregi a, b, c astfel încât $a^2bc + 2$, $ab^2c + 2$ și $abc^2 + 2$ să fie simultan pătrate perfecte?

Problema 4. Arătați că pentru orice numere reale x, y, z are loc inegalitatea

$$x^2(3y^2 + 3z^2 - 2yz) \geq yz(2xy + 2xz - yz).$$