

Problema 1. Determinați toate numerele prime p pentru care $\frac{p+1}{2}$ și $\frac{p^2+1}{2}$ sunt simultan pătrate perfecte.

Olimpiadă Germania, 1997

Problema 2. Fie x, y, z numere reale pozitive cu proprietatea că $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$.
Demonstrați că

$$(x+1)(y+1)(z+1) \leq (x+y)(y+z)(z+x).$$

Problema 3. Fie $ABCD$ un tetraedru regulat de muchie 60 și punctele M, N, P, Q aparținând muchiilor $(AB), (BC), (CD)$, respectiv (DA) astfel încât $AM = 24$, $BN = 45$, $CP = 30$ și $DQ = 20$. Dacă O este centrul triunghiului ABC , demonstrați că punctele M, N, O, P, Q sunt coplanare.

Constantin Petrea

Problema 4. În câte moduri se pot colora pătrățelele unitate ale unei table 2×7 cu verde sau cu galben astfel încât pe tablă să nu se formeze nicio *piesă „L”* complet verde sau complet galbenă. O *piesă „L”* este formată din 3 pătrățele unitate și are oricare din formele din figura de mai jos:

