

Problema 1. Determinați toate perechile de numere naturale nenule (m, n) pentru care

$$1 + 2^n + 3^n + 4^n = 10^m.$$

Problema 2. Pentru orice număr natural $n > 2$, considerăm următoarele $n - 1$ fracții:

$$\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \dots, \frac{n}{n-1}.$$

Produsul acestor fracții este egal cu n , dar, dacă inversăm unele dintre ele (adică le întoarcem cu susul în jos), produsul fracțiilor se va schimba. Puteți face ca produsul fracțiilor să fie egal cu 1? Determinați toate valorile lui n pentru care acest lucru este realizabil.

Problema 3. Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$, și fie punctele $E \in (BC)$, $F \in (AD)$, astfel încât $BE = FD$. Notăm cu M mijlocul segmentului (EF) și cu P punctul de intersecție a dreptelor CM și AB . Demonstrați că $CF \parallel EP$.

Problema 4. Dispunem de 30 de cartonașe. Pe 10 dintre ele este scris numărul real a , pe altele 10 este scris numărul real b , iar pe celelalte 10 este scris numărul real c , unde a, b, c sunt distincte două câte două. Se știe că, oricum am alege 5 dintre aceste 30 de cartonașe, există altele 5 astfel încât suma numerelor de pe cele 10 cartonașe să fie 0.

Demonstrați că unul dintre numerele a, b, c este egal cu 0.