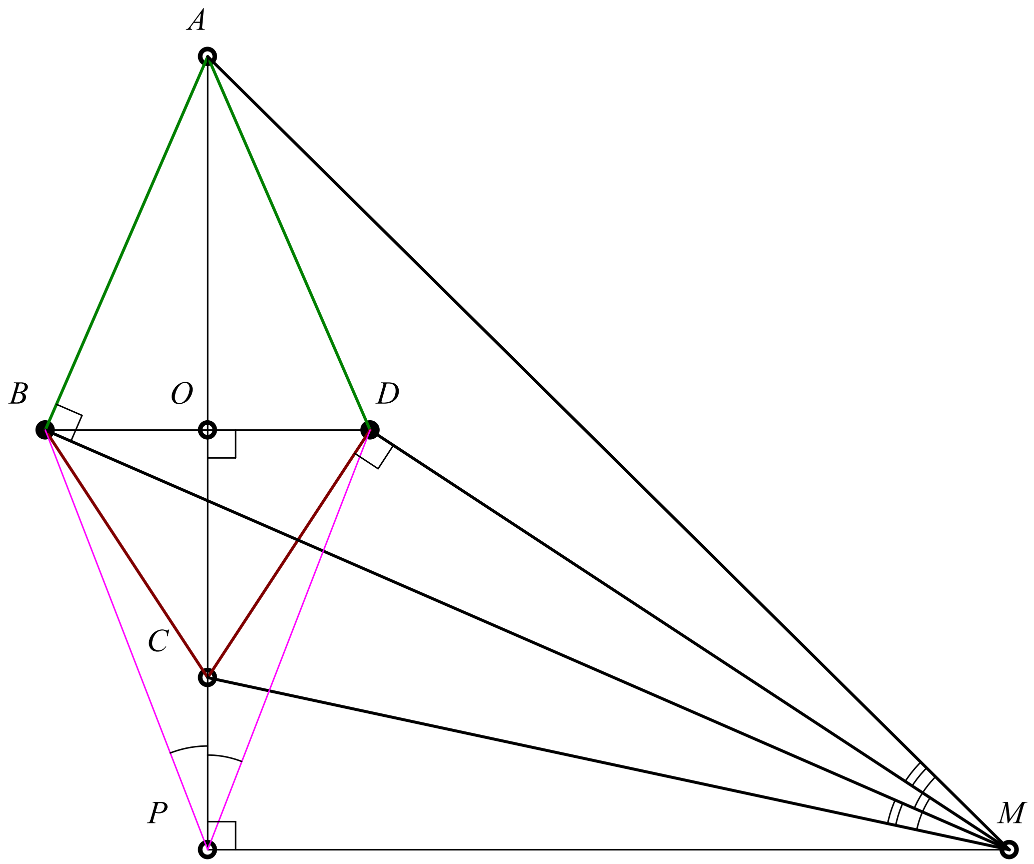
PROBLEMA SĂPTĂMÂNII nr.185

În patrulaterul $ABCD$, în care $[AB]\equiv[AD]$ şi $[CB]\equiv[CD]$, notăm cu M – punctul de intersecţie al perpendicularei ridicate în vârful B pe patura $[AB]$, cu perpendiculara ridicată în vârful D pe latura CD. Arătaţi că: $\widehat{AMD}\equiv\widehat{BMC}$.



SOLUŢIE([1]): Notând cu: $P := pr_{AC}(M)$ (v.Fig.), avem:

$$\left.\begin{array}{r} PM\perp PC \\ MD\perp CD \end{array}\right\}\Rightarrow CPMD-inscriptibil\Rightarrow \widehat{CMD}\equiv\underline{\widehat{APD}};\quad (1)$$

iar din:

$$\left.\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r}[AB]\equiv[AD]\\ [CB]\equiv[CD]\end{array}\right\}\Rightarrow AC-este\ mediatoarea\ lui\ [BD] \\ P\in AC \end{array}\right\}\Rightarrow\left\{\begin{array}{c}[PB]\equiv[PD]\\ AP\perp BD\end{array}\right\}\Rightarrow \underline{\widehat{APD}}\equiv\underline{\underline{\widehat{APB}}}.\quad (2)$$

Pe de altă parte, cum:

$$\left.\begin{array}{r} MP\perp AC \\ MB\perp AB \end{array}\right\}\Rightarrow ABPM-inscriptibil\Rightarrow \underline{\underline{\widehat{APB}}}\equiv\widehat{AMB}.\quad (3)$$

În fine, din relaţiile (1), (2) şi (3), rezultă că:

$$\widehat{CMD}\equiv\widehat{AMB}\Rightarrow m\left(\widehat{CMB}\right)=m\left(\widehat{CMD}\right)-m\left(\widehat{BMD}\right)=m\left(\widehat{AMB}\right)-m\left(\widehat{BMD}\right)=m\left(\widehat{AMD}\right)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow\boxed{\widehat{CMB}\equiv\widehat{AMD}}.\ \blacksquare$$

---

[1]).M.Miculiţa, prelucrarea soluţiei problemei **B.5069 din nr./decembrie al rev.KOMAL**.