

**Problema 1.** Determinați cel mai mare număr natural  $n$  pentru care există  $n$  numere naturale  $a_1, a_2, \dots, a_n$  astfel încât  $|a_i - a_j|$  se scrie ca produs de două numere prime distincte pentru orice  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$  cu  $i \neq j$ .

**Problema 2.**

Dacă numerele reale  $a, b, c$  satisfac relațiile  $abc = 1$  și  $a + b + c = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ , demonstrați că cel puțin unul dintre numerele  $a, b, c$  este egal cu 1.

**Problema 3.** Fie  $ABCD$  un dreptunghi, iar  $E \in [BC]$  și  $F \in [CD]$  două puncte care satisfac condițiile:  $[BE] \equiv [DF]$  și  $m(\angle EAF) = 45^\circ$ .

Arătați că  $S_{AEF} = S_{ABE} + S_{ADF}$ .

**Problema 4.** Fie  $n \geq 2$  un număr natural fixat. Un pion este plasat pe o tablă dreptunghiulară  $1 \times n$  formată din  $n$  pătrățele  $1 \times 1$  numerotate, în ordine, de la 1 la  $n$ . Pionul poate face două tipuri de mutări: de pe pătrățul  $k$  el poate muta în pătrățul  $k - 2$  (dacă  $k - 2 \geq 1$ ) sau poate muta în pătrățul  $2k$  (dacă  $2k \leq n$ ). Scopul este de a face o succesiune de mutări astfel încât pionul să treacă prin cât mai multe dintre cele  $n$  pătrățele. Pătrățul de pe care pornește la început pionul poate fi ales în mod convenabil. Un pătrățel poate fi vizitat și de mai multe ori, dar în acest caz el va fi numărat o singură dată. În funcție de valoarea numărului natural  $n$ , stabiliți numărul maxim de pătrățele pe care le poate vizita pionul.

*Andrei Eckstein*