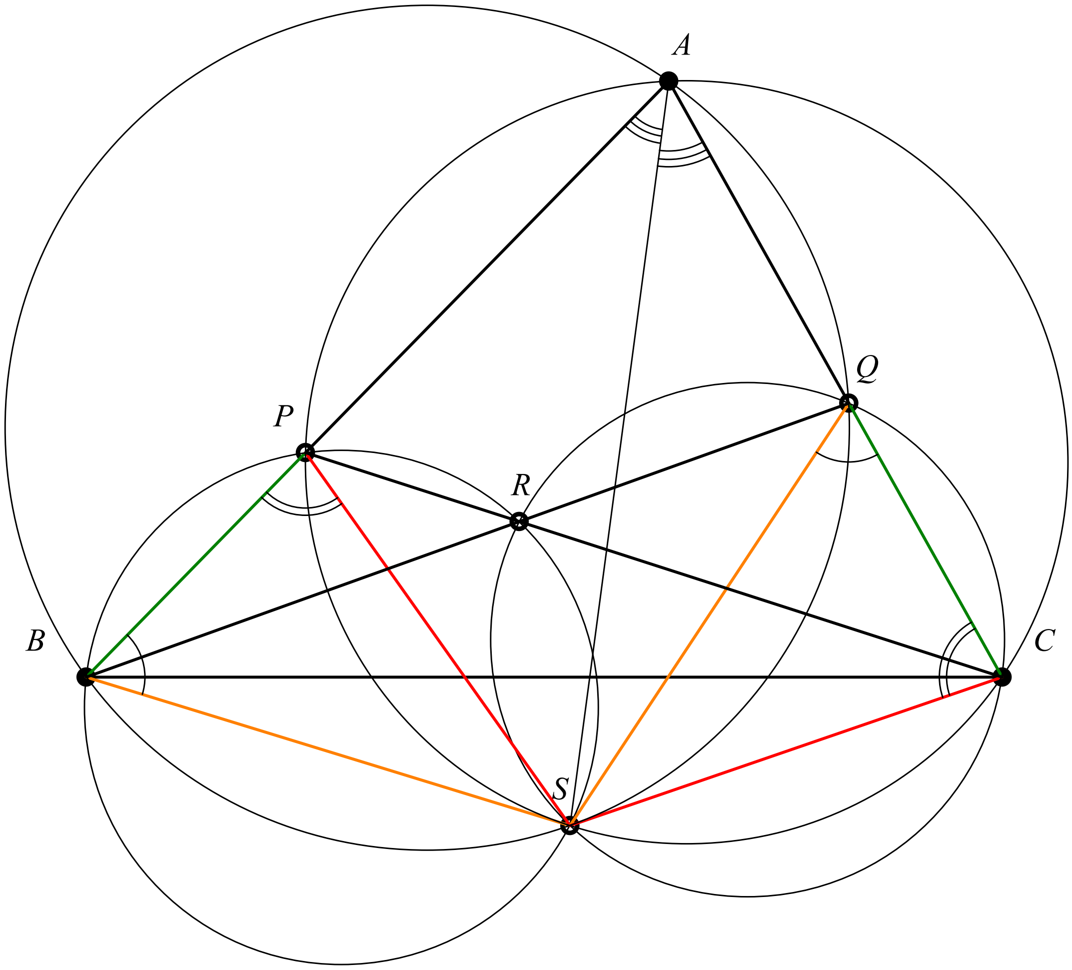
Problema OC459 (din CRUX, nr.10/2019, p.554):

Fie ABC – un triunghi şi două puncte $P \in [AB], Q \in [AC]$; astfel încât să avem: $[PB] \equiv [PC]$. Notăm apoi cu $\{R\} := [BQ] \cap [CP]$ şi cu S – cel de al doilea punct de intersecţie al cercurilor circumscrise triunghiurilor BPR şi CQR. Arătaţi că semidreapta $[AS$ – este bisectoarea unghiului $\widehat{BAC}$!



SOLUŢIE (*Mihai Miculiţa*): Avem:

$\odot BRP \cap \odot CQR = \{R; S\} \Rightarrow S - \textit{este punctul lui MIQUEL al patrulaterului complet } APRQBC \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left.\begin{cases} S \in \odot ABQ \Rightarrow ABSQ - inscriptibil \Rightarrow \widehat{PBS} \equiv \widehat{SQC} \\ S \in \odot APC \Rightarrow APSC - inscriptibil\ (*) \Rightarrow \widehat{BPS} \equiv \widehat{SCQ} \\ [BP] \equiv [CQ] \end{cases}\right\} \Rightarrow \Delta BPS \equiv \Delta QCS (ULU) \Rightarrow$$

$$\left.\begin{matrix} \Rightarrow [BS] \equiv [SQ] \\ APSC - inscriptibil\ (*) \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{\widehat{SAB} \equiv \widehat{SAC}}. \blacksquare$$