Problema 1. Determinaţi toate numerele naturale nenule k pentru care ecuaţia

$$[x, y] - (x, y) = k(x - y)$$

nu are soluţii (x, y), $x, y \in \mathbb{N}^*$, cu $x \neq y$.
(S-a notat cu $[x, y]$ şi (x, y) cel mai mic multiplu comun, respectiv cel mai mare divizor comun al numerelor x, y.)

Problema 2. Fie $n \geq 2$ un număr natural şi $x_1, x_2, \ldots, x_n$ numere reale pozitive. Demonstraţi că

$$\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)\left(x_2 + \frac{1}{x_2}\right) \cdots \left(x_n + \frac{1}{x_n}\right) \geq \left(x_1 + \frac{1}{x_2}\right)\left(x_2 + \frac{1}{x_3}\right) \cdots \left(x_{n-1} + \frac{1}{x_n}\right)\left(x_n + \frac{1}{x_1}\right).$$

Problema 3. Fie $ABCD$ un tetraedru. Arătaţi că înălţimile din A şi din B ale tetraedrului sunt concurente dacă şi numai dacă $AB \perp CD$.

Problema 4. **a)** Fie $n \geq 2$ un număr natural şi $a_1, a_2, \ldots, a_n$ numere naturale nenule. Arătaţi că dacă împărţind, cu rest, numărul $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ la numerele a_1, a_2, ... , a_n se obţin câturi egale, atunci numerele $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sunt egale.

b) Demonstraţi că afirmaţia de mai jos este adevărată pentru un număr natural n, $n \geq 2$, dacă şi numai dacă n este par:

„dacă n numere naturale nenule $a_1, a_2, \ldots, a_n$ au proprietatea că împărţind, cu rest, numărul $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ la numerele $2a_1$, $2a_2$, ... , $2a_n$ se obţin câturi egale atunci numerele $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sunt obligatoriu egale."

Andrei Eckstein