Problema 1. Fie a şi b două numere naturale fixate. Demonstraţi că dacă $a \cdot b$ este număr par, atunci există numere naturale c şi d astfel încât $a^2 + b^2 + c^2 = d^2$, iar dacă $a \cdot b$ este număr impar, atunci nu există asemenea numere c şi d.

Problema 2. Fie a, b, c, d numere reale pozitive. Demonstraţi că

$$\frac{1}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}} + \frac{1}{\frac{1}{c}+\frac{1}{d}} \leq \frac{1}{\frac{1}{a+c}+\frac{1}{b+d}}.$$

Când are loc egalitatea?

Problema 3. Fie ABC un triunghi. Două cercuri care trec prin A sunt tangente dreptei BC în punctele B, respectiv C. Fie D al doilea punct de intersecţie a celor două cercuri. Dacă A este mai aproape de BC decât D, iar $BC = 2BD$, demonstraţi că $m(\sphericalangle DAB) = 2 \cdot m(\sphericalangle ADB)$.

Problema 4. Un pătrat de latură 1 trebuie împărţit în dreptunghiuri având laturile paralele cu cele ale pătratului. Dreptunghiurile trebuie să aibă acelaşi perimetru, dar nu neapărat şi aceeaşi arie.
a) Poate fi împărţit pătratul în 20 de dreptunghiuri, fiecare dintre acestea având perimetrul 2,5?
b) Poate fi împărţit pătratul în 30 de dreptunghiuri, fiecare dintre acestea având perimetrul 2?