**Problema 1.** Fie $m$ şi $n$ numere naturale nenule cu proprietatea că $m^2 + n^2 + m$ este divizibil cu $mn$. Demonstraţi că $m$ este pătrat perfect.

**Problema 2.** Aflaţi ultimele 500 de cifre ale numărului

$$N = 1! \cdot 2^1 \cdot 3 + 2! \cdot 2^2 \cdot 5 + 3! \cdot 2^3 \cdot 7 + \ldots + 2019! \cdot 2^{2019} \cdot 4039,$$

unde $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ pentru orice număr natural nenul $n$.

**Problema 3.** Fie $P$ un punct din interiorul paralelogramului $ABCD$ astfel încât să avem $[CP] \equiv [BC]$. Dacă $M$ şi $N$ sunt mijloacele segmentelor $[AP]$ şi respectiv $[CD]$, arătaţi că $BP$ este perpendiculară pe $MN$.

**Problema 4.** La un turneu de volei, fiecare dintre echipele participante joacă exact un meci împotriva fiecăreia dintre celelalte echipe. Fiecare meci are o echipă câştigătoare care primeşte un punct şi o echipă pierzătoare care primeşte 0 puncte. Se constată că la sfârşitul turneului există o echipă care a acumulat mai puţine puncte decât celelalte şi astfel ea ocupă în clasamentul final, singură, ultimul loc. De asemenea, se observă că fiecare echipă, cu excepţia celei clasate pe ultimul loc, a pierdut exact un meci împotriva unei echipe care a acumulat mai puţine puncte decât ea.

a) Demonstraţi că nu este posibil ca la turneu să fi participat 6 echipe.

b) Arătaţi printr-un exemplu că este posibil ca la turneu să fi participat 7 echipe.