

**Problema 1.** Fie  $n$  un număr natural nenul și  $1 = d_1 < d_2 < d_3 < \dots < d_k = n$  divizorii săi. Aflați  $n$  știind că  $n = d_2^2 + d_3^3$ .

**Problema 2.** Fie  $a, b, c, d$  patru numere raționale. Definim numerele

$$x = |a - b| \cdot |c - d|, y = |a - c| \cdot |b - d| \text{ și } z = |a - d| \cdot |b - c|.$$

Demonstrați că  $(x + y - z)(y + z - x)(z + x - y) = 0$ .

**Problema 3.** Pe laturile  $[AB]$  și  $[AC]$  ale triunghiului isoscel  $ABC$  ( $AB = AC$ ) se consideră punctele  $D$ , respectiv  $E$ , astfel încât  $AD = CE$ . Dacă punctele  $K, L, M$  și  $N$  sunt mijloacele segmentelor  $[BE]$ ,  $[CD]$ ,  $[AE]$ , respectiv  $[AD]$ , demonstrați că patrulaterul  $KLMN$  este trapez isoscel sau dreptunghi.

**Problema 4.** Un pătrat  $n \times n$  este împărțit în  $n^2$  pătrățele  $1 \times 1$ . Pătrățelele  $1 \times 1$  aflate pe diagonalele pătratului se colorează cu roșu, iar pătrățelele care au o latură comună cu măcar unul din pătrățelele roșii se colorează cu albastru (fie că erau albe, fie că erau roșii).

Dacă  $n = 2019$ , câte pătrățele  $1 \times 1$  au rămas necolorate? Dar dacă  $n = 2020$ ?