

Problema 1. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ o progresie aritmetică de numere naturale, cu rația nenulă și relativ primă cu primul termen. Știind că $\text{c.m.m.d.c.}(a_i, a_j) = 1$ implică $\text{c.m.m.d.c.}(i, j) = 1$, să se demonstreze că $a_n = n$ pentru orice $n \geq 1$.

R. Popescu

Problema 2. Fie $\sigma(\cdot) : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ funcția care asociază fiecărui întreg pozitiv x suma divizorilor săi pozitivi $\sigma(x) = \sum_{d|x} d$ (de exemplu $\sigma(6) = 6 + 3 + 2 + 1$

și $\sigma(8) = 8 + 4 + 2 + 1$). Găsiți toate numerele prime p astfel încât $p \mid \sigma(p-1)$.

S. Tringali

Problema 3. Fie a, b, c numere reale strict pozitive. Demonstrați inegalitatea

$$a + b + c \leq \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} + \frac{ab}{a+b} + \frac{1}{2} \left(\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \right).$$

D. Grinberg