Problema 1. Pentru x, y, z, numere reale, determinaţi valoarea minimă a lui x pentru care avem

$$x^2 + 2y^2 + z^2 + xy - yz - zx = 1.$$

Albania, BMO2009 ShortList

Problema 2. În triunghiul ABC, unghiul $\angle BAC$ este ascuţit, bisectoarea unghiului $\angle BAC$ intersectează BC în punctul D, K este piciorul perpendicularei din B pe AC, şi $\angle ADB = 45°$. Punctul P se află între K şi C, astfel încât $\angle KDP = 30°$. Punctul Q se află pe semidreapta DP, astfel încât $DQ = DK$. Perpendiculara în P pe AC intersectează KD în punctul L. Demonstraţi că $PL^2 = DQ \cdot PQ$.

Albania, BMO2009 ShortList

Problema 3. Rezolvaţi în numere întregi ecuaţia

$$y^3 = 8x^6 + 2x^3y - y^2.$$

Albania, BMO2009 ShortList