**Problema 1.** Determinaţi numerele naturale $n$, mai mari ca 1, pentru care are loc egalitatea

$$\left[\frac{n}{1}\right]+\left[\frac{n}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{n}{n}\right]=2+\left[\frac{n-1}{1}\right]+\left[\frac{n-1}{2}\right]+\ldots+\left[\frac{n-1}{n-1}\right].$$

**Problema 2.** Demonstraţi că pentru orice numere reale pozitive $a, b, c, d, e, f$ are loc inegalitatea

$$\frac{ab}{a+b}+\frac{cd}{c+d}+\frac{ef}{e+f}\leq\frac{(a+c+e)(b+d+f)}{a+b+c+d+e+f}.$$

Când are loc egalitatea?

**Problema 3.** Pe latura $(OX$ a unghiului $\sphericalangle XOY$ se consideră punctele fixe $A$, $B$, $C$ astfel încât $OA < OB < OC$, iar pe latura $(OY$ se consideră punctul mobil $M$. Bisectoarea unghiului $\sphericalangle XOY$ intersectează $CM$ în punctul $N$, iar dreptele $AN$ şi $BM$ se intersectează în punctul $P$. Se cere locul geometric al punctului $P$ atunci când punctul $M \in (OY$ variază.

**Problema 4.** În fiecare din cele opt vârfuri ale unui cub se scrie unul din numerele 1 sau $-1$, apoi, pe fiecare din feţele cubului, se scrie produsul numerelor din cele patru vârfuri ale respectivei feţe. Este posibil ca suma celor 14 numere scrise în vârfurile şi pe feţele cubului să fie:

a) 7

b) 0 ?