Problema 1. Determinaţi toate numerele naturale n care au cel puţin patru divizori naturali şi care sunt egale cu suma pătratelor celor mai mici patru divizori naturali ai lor.

Problema 2. Demonstraţi că, pentru orice numere reale x, y, z şi orice numere pozitive a, b, c, are loc dubla inegalitate

$$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}+\frac{z^2}{c} \geq \frac{1}{3}\left(\frac{(2x+y)^2}{2a+b}+\frac{(2y+z)^2}{2b+c}+\frac{(2z+x)^2}{2c+a}\right) \geq \frac{(x+y+z)^2}{a+b+c}.$$

Când au loc egalităţile în cele două inegalităţi?

Problema 3. Se consideră piramida regulată $VABCD$ cu vârful în V, în care măsura unghiului format de două muchii laterale opuse este de 45°. Punctele M, N şi P sunt respectiv: proiecţia punctului A pe dreapta VC, simetricul punctului M în raport cu planul (VBD) şi simetricul punctului N în raport cu centrul, O, al bazei piramidei.
a) Arătaţi că poliedrul $MDNBP$ este piramidă regulată.
b) Determinaţi măsura unghiului dintre dreapta DN şi planul (ABC).

Mircea Fianu

Problema 4. Numerele naturale de la 1 la n sunt scrise pe câte un cartonaş. Cartonaşele se află pe o masă, cu faţa în sus. Ana şi Bogdan joacă următorul joc: mai întâi Ana ia unul din cartonaşele de pe masă. Apoi, Bogdan ia de pe masă două cartonaşe pe care sunt scrise două numere consecutive. Urmează Ana care ia de pe masă trei cartonaşe pe care sunt scrise trei numere consecutive. În fine, Bogdan ia de pe masă patru cartonaşe pe care sunt scrise patru numere consecutive. Care este cea mai mică valoare a numărului natural n pentru care Bogdan îşi poate asigura efectuarea ambelor sale mutări?