

Problema 1. Fie n un număr natural astfel încât $3^n + 3^{n+1} + \dots + 3^{2n}$ să fie pătrat perfect. Demonstrați că n este multiplu de 4.

Problema 2. Determinați numerele naturale a, b, c, d pentru care

$$abcd = a + b + c + d - 3.$$

Problema 3. Fie ABC un triunghi dreptunghic isoscel și M, N două puncte pe ipotenuza (BC) astfel ca $m(\sphericalangle MAN) = 45^\circ$ și $M \in (BN)$. Arătați că

$$BM^2 + CN^2 = MN^2.$$

Problema 4. Fie $n \geq 2$ un număr natural. Avem n cartonașe pe care sunt scrise numerele de la 1 la n și n urne, și ele numerotate de la 1 la n . În fiecare urnă se introduce câte unul din cartonașe, apoi, pentru fiecare urnă, se face suma dintre numărul urnei și cel scris pe cartonașul aflat în urnă.

- Arătați că dacă n este număr par, printre cele n sume calculate, vor exista două care dau același rest la împărțirea cu n .
- Arătați că oricare ar fi $n > 2$ un număr natural impar, distribuirea cartonașelor în urne se poate face în așa fel încât cele n sume să dea resturi diferite la împărțirea cu n .