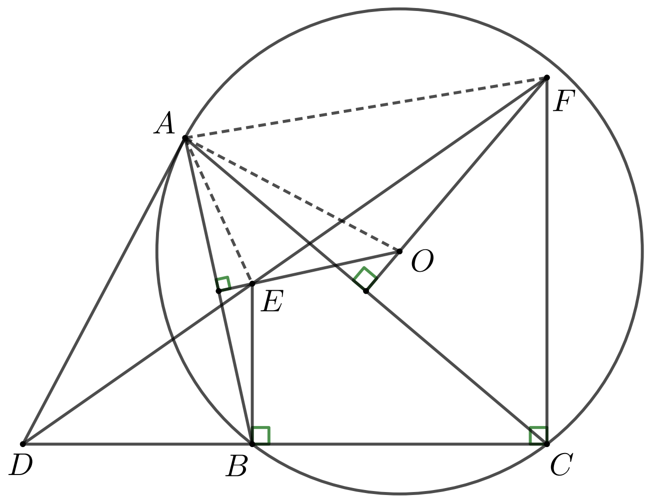
Problema săptămânii 153
Fie O centrul cercului circumscris triunghiului ABC în care $AB < AC$. Tangenta în A la cercul circumscris intersectează dreapta BC în punctul D. Perpendicularele ridicate în B şi C pe BC intersectează mediatoarele segmentelor $[AB]$ şi $[AC]$ în punctele E, respectiv F. Demonstraţi că punctele D, F, F sunt coliniare.

Mathematical Excalibur, problema 313

Soluţia din Mathematical Excalibur (în limba engleză) poate fi găsită aici.
Soluţia 1:
Un calcul simplu de unghiuri arată că triunghiurile EAO şi OAF sunt asemenea cu BAC. De asemenea, $\Delta DBA \sim \Delta DAC$. Atunci avem:
$$\frac{BE}{CF} = \frac{AE}{AF} = \frac{AE}{AO} \cdot \frac{AO}{AF} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DA} \cdot \frac{DA}{DC} = \frac{DB}{DC},$$
de unde concluzia.



Am primit soluţii de la *David-Andrei Anghel, Andrei-Giovani Chiriţă, Ioana Stănoiu* şi *Gabriel Turbincă.*

Problem of the week no. 153
In triangle ABC, $AB < AC$ and O is its circumcenter. Let the tangent at A to the circumcircle cut line BC at D. Let the perpendicular lines to line BC at B and C cut the perpendicular bisectors of sides AB and AC at E and F respectively. Prove that D, E, F are collinear.

Mathematical Excalibur, problema 313

A solution can be found here.
Another solution:
A simple angle chasing shows that triangles EAO and OAF are both similar to

BAC. Also, $\Delta DBA \sim \Delta DAC$. Then:
$$\frac{BE}{CF} = \frac{AE}{AF} = \frac{AE}{AO} \cdot \frac{AO}{AF} = \frac{AB}{AC} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{DB}{DA} \cdot \frac{DA}{DC} = \frac{DB}{DC},$$
which leads to the conclusion.