# Olimpiada Naţională de Matematică
# Primul baraj pentru Olimpiada Balcanică de Matematică pentru Juniori, Deva, 25 aprilie 2019

**Problema 1.** Fie $n$ un număr natural nenul dat. Determinaţi toţi divizorii $d$ (pozitivi) ai lui $3n^2$ pentru care $n^2 + d$ este pătrat perfect.

**Problema 2.** Aflaţi valoarea maximă pe care o ia expresia

$$E(a,b) = \frac{a+b}{(4a^2+3)(4b^2+3)}$$

atunci când $a, b \in \mathbb{R}$.

**Problema 3.** Fie $ABC$ un triunghi, $I$ centrul cercului său înscris, $D$ punctul de contact al cercului înscris cu latura $BC$, iar $E$ piciorul bisectoarei din $A$. Dacă $M$ este mijlocul arcului $BC$ care îl conţine pe $A$ al cercului circumscris triunghiului $ABC$ şi $\{F\} = DI \cap AM$, demonstraţi că dreapta $MI$ trece prin mijlocul segmentului $[EF]$.

**Problema 4.** Ana şi Bogdan joacă următorul joc: la început, pe masă se află o grămadă formată din $n$ ($n \geq 3$) pietricele. Cei doi jucători mută alternativ, prima mutând Ana. La o mutare, jucătorul aflat la mutare împarte una din grămezile de pietricele aflate pe masă în două grămezi mai mici, nu neapărat egale. Câştigă jucătorul care, prin mutarea sa, face ca toate grămezile aflate pe masă să conţină cel mult două pietricele.
În funcţie de valorile lui $n$, stabiliţi care din cei doi jucători are strategie câştigătoare.