

Barajul 3 de selectie a echipei Republicii Moldova pentru OBMJ

Problema BJ9. Gasiti toate numerele reale pozitive x , care verifica ecuatia:

$$x + \left[\frac{x}{3} \right] = \left[\frac{2x}{3} \right] + \left[\frac{3x}{5} \right].$$

Problema BJ10. Numerele reale pozitive a si b satisfac relatia $a^5 + b^5 = a^3 + b^3$. Determinati cea mai mare valoare numerica posibila a expresiei $E = a^2 - ab + b^2$.

Problema BJ11. Punctul I este centrul cercului inscris in triunghiul dreptunghic ΔABC cu $\angle A = 90$, iar punctul M este mijlocul laturii (BC) . Bisectoarea unghiului $\angle BAC$ intersecteaza cercul circumscris al triunghiului ΔABC in punctul W . Punctul U este situat pe dreapta AB astfel incat dreptele AB si WU sunt perpendiculare. Demonstrati ca dreapta MP injumatatesteste segmentul CI .

Problema BJ12. Numarul $B = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$ se numeste repetare a numarului natural nenul $A = \overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_n}$. Aratati ca exista o infinitate de numere naturale, a caror repetare este un patrat perfect.