

Barajul 1 de selectie a echipei Republicii Moldova pentru OBMJ

Problema BJ1. Fie $n \in \mathbb{N}^*$. Din multimea $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ se elimina un element. Determinati cel mai mic cardinal posibil al multimii A si elemental eliminat, stiind ca media aritmetica a elementelor ramase in A este egala cu $\frac{439}{13}$.

Problema BJ2. Sirul numeric $(a_n)_{n \geq 1}$ verifica relatia $a_{n+1} = \frac{n+2}{2} \cdot (a_n - 1)$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$. Aratati, ca daca a_1 este un numar intreg, atunci a_n este un numar intreg pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

Problema BJ3. Fie Ω cercul de centru O circumscris triunghiului ascutitunghic ΔABC . Dreapta AC intersecteaza din nou cercul circumscris al triunghiului ΔABO in punctul X . Demonstrati ca dreptele BC si XO sunt perpendiculare.

Problema BJ4. Fie $n (n \geq 2)$ un numar natural, iar $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_n$ numere reale pozitive. Determinati cea mai mica valoare posibila a expresiei :

$$\frac{(1+a_1) \cdot (a_1+a_2) \cdot (a_2+a_3) \cdot \dots \cdot (a_{n-1}+a_n) \cdot (a_n+3^{n+1})}{a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_n} .$$