

**Problema 1.** Determinați perechile de numere întregi  $(x, y)$  care verifică relația

$$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = y^2.$$

**Problema 2.** Determinați toate perechile de numerele reale  $(a, b)$  pentru care  $a + b = 1$  și  $(a^2 + b^2)(a^3 + b^3) = a^4 + b^4$ .

*Oimpiadă Estonia*

**Problema 3.** Fie  $ABCD$  un paralelogram și  $H$  ortocentrul triunghiului  $ABC$ . Paralela prin  $H$  la  $CD$  intersectează  $BC$  și  $AD$  în  $P$ , respectiv  $Q$ , iar paralela prin  $H$  la  $AD$  intersectează  $AB$  și  $CD$  în  $R$ , respectiv  $S$ . Demonstrați că punctele  $P, Q, R$  și  $S$  sunt conciclice.

*Oimpiadă Elveția, 2011*

**Problema 4.** Se consideră un tetraedru. Stabiliți dacă se pot scrie 10 numere naturale consecutive în cele 4 vârfuri și în mijloacele celor 6 muchii ale tetraedrului astfel încât numărul scris în mijlocul fiecărei muchii să fie media aritmetică a numerelor scrise în vârfurile din capetele muchiei.

*Caucasus Mathematical Olympiad, 2018*